

ΕΥΘΕΙΑ – ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να υπολογισθεί το μήκος του ύψους ΑΔ τριγώνου ΑΒΓ στο οποίο Α(4,13), Β(10,1), Γ(-2,5)
2. Οι δύο πλευρές παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ έχουν εξισώσεις $\varepsilon_1: 2x+y-1=0$ και $\varepsilon_2: 8x+3y+1=0$, ενώ μία διαγώνιάς του έχει εξίσωση $\delta: 3x+2y+3=0$. Να βρεθούν οι κορυφές του.
3. Δίνονται οι εξισώσεις $\varepsilon_1: (k+1)(x+y)+(k-2)(3x-4y)+k=0$ και $\varepsilon_2: x-2y+3=0$
α) Ναδειχθεί ότι η ε_1 παριστάνει ευθεία για κάθε $k \in \mathbb{R}$. β) Να βρεθεί ο $k \in \mathbb{R}$ ώστε $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2$
4. Δίνεται η εξίσωση: $(k^2+k-2)x+(k^2-4)y+2k+4=0$ (1)
α) Να βρεθούν οι τιμές του $k \in \mathbb{R}$ ώστε η (1) να παριστάνει ευθεία
β) Να βρεθούν οι τιμές του $k \in \mathbb{R}$ για τις οποίες οι ευθείες αυτές περνούν από το σημείο Α(4,2)
5. Να βρεθεί η θέση των ευθειών $\varepsilon_1: kx+(k-8)y-2=0$ και ε_2 , όπου ε_2 η ευθεία στην οποία ανήκει το σημείο Α(3k-1,k+2), $k \in \mathbb{R}$
6. α) Ναδειχθεί ότι η εξίσωση $(\lambda^2+2\lambda+2)x+(2\lambda^2+3\lambda+3)y-2\lambda^2-\lambda-1=0$ (1) παριστάνει ευθεία που περνάει από σταθερό σημείο το οποίο και να βρεθεί
β) Ναδειχθεί ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ η ε_1 τέμνει την ευθεία $\varepsilon_2: 2x+y-5=0$
7. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνά από το κοινό σημείο των ευθειών $\varepsilon_1: x-3y+1=0$ και $\varepsilon_2: 2x+5y-9=0$, και απέχει από την αρχή των αξόνων απόσταση d=2
8. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας ε που περνάει από την αρχή των αξόνων και σχηματίζει με την ευθεία $x+y=3$ και τον άξονα $y'y$ τρίγωνο εμβαδού 9 τ.μ.
9. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: y-2x+3=0$ και $\varepsilon_2: y=(\lambda-1)x+1$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρεθεί για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ σχηματίζουν γωνία 45°
10. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: 2x-y+1=0$ και $\varepsilon_2: 3x-4y-1=0$. Να βρείτε σημείο Μ της ε_1 που απέχει από την ε_2 απόσταση ίση με 1 μονάδα
11. α) Να βρεθεί ποια από τις ευθείες της οικογένειας $\alpha(2x+y+4)+(x-2y-3)=0$, $\alpha \in \mathbb{R}$, απέχει από το σημείο Μ(2,-3) απόσταση ίση με $\sqrt{10}$
β) Ναδειχθεί ότι καμία ευθεία της οικογένειας $(2x-y-6)+k(x-y-4)=0$, $k \in \mathbb{R}$ δεν απέχει από το σημείο Ρ(3,-1) απόσταση ίση με 3
12. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: \lambda x+(\lambda-2)y=\lambda-1$ και $\varepsilon_2: (\lambda+2)x+\lambda y=\lambda$. Να δείξετε ότι οι ευθείες τέμνονται για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων τομής τους
13. Δίνεται η εξίσωση $\lambda^2x-\lambda y+2=0$ (1)
α) Να βρείτε για ποια $\lambda \in \mathbb{R}$ παριστάνει ευθεία γραμμή
β) Για τα λ που βρήκατε να δείξετε ότι οι ευθείες της οικογένειας δεν διέρχονται από το ίδιο σημείο
γ) Να δείξετε ότι από το τυχαίο σημείο Μ(α,β) του επιπέδου διέρχονται δύο το πολύ ευθείες της οικογένειας. Ποια πρέπει να είναι η σχέση των α, β ώστε να διέρχεται από το Μ μία μόνο ευθεία;
14. Ναδειχθεί ότι κάθε ευθεία έχει το πολύ δύο σημεία της μορφής (k, k^2) , $k \in \mathbb{R}$

15. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος του σημείου $M(x,y)$ για το οποίο είναι

$$\overrightarrow{OM} = \frac{\alpha(1+t^2)-2t}{1+t^2} \vec{i} + \frac{\beta t}{1+t^2} \vec{j}, \quad t \in \mathbb{R}, \text{ όπου } O \text{ η αρχή των αξόνων}$$

16. Τριγώνου $AB\Gamma$ η κορυφή A έχει συντεταγμένες $(-3,1)$, η ευθεία του ύψους BE έχει εξίσωση $-x+3y-1=0$ και η διχοτόμος BD έχει εξίσωση $2x-3y-5=0$. Να βρεθούν οι εξισώσεις των πλευρών του

17. α) Να δειχθεί ότι οι ευθείες $\epsilon_k: (k+1)x-(2k-1)y+k=0, k \in \mathbb{R}$ διέρχονται από το ίδιο σημείο.

β) Να υπολογισθεί το $\alpha \in \mathbb{R}$ ώστε η ευθεία $\epsilon: \alpha x-2y+1=0$ να ανήκει στο σύνολο των ευθειών ϵ_k

18. Δίνεται το σύνολο των γραμμών $\Delta_a: (\alpha^2-3\alpha+2)x+(\alpha^2-1)y+\alpha^2-5\alpha+4=0$

α) Να δειχθεί ότι το σύνολο αποτελείται από ευθείες

β) Να προσδιορισθεί το α ώστε το σύνολο να διέρχεται από το ίδιο σημείο το οποίο και να βρεθεί

19. Μία ευθεία ϵ τέμνει τις ευθείες $\epsilon_1: y=0, \epsilon_2: y=x, \epsilon_3: y=4x, \epsilon_4: x=0$, στα σημεία Λ, A, B, M αντίστοιχα.

Αν $\alpha\beta > 0$ και $\overrightarrow{\Lambda A} = \overrightarrow{BM}$ να υπολογισθεί ο συντελεστής διεύθυνσης λ της ϵ .

(Στην γενική περίπτωση αν $\epsilon_2: y=\alpha x$ και $\epsilon_3: y=\beta x$ τότε $\lambda = -\sqrt{\alpha\beta}$)

20. Έστω A, B δύο κινητά σημεία των θετικών ημιαξόνων Ox και Oy αντίστοιχα τέτοια ώστε $\frac{1}{OA} + \frac{1}{OB} = 2$.

Θεωρούμε το τετράγωνο $OB\Gamma\Delta$ εκτός του τριγώνου OAB και φέρνουμε την AG . Να δείξετε ότι η AG διέρχεται από σταθερό σημείο.

21. Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1: (3\lambda+2)x+(\lambda+1)y+7=0$ και $\epsilon_2: (\lambda+1)x-4\lambda y+2\lambda=0$. Να βρεθεί ο λ ώστε $\epsilon_1 \perp \epsilon_2$

22. Δίνονται οι ευθείες $\epsilon: x+\lambda y=\lambda+3$ και $\zeta: y=\lambda x-3\lambda-1, \lambda \in \mathbb{R}$. Να αποδειχθεί ότι:

α) καθεμιά από τις ϵ, ζ διέρχεται από σταθερό σημείο (ανεξάρτητο του λ)

β) $\epsilon \perp \zeta$ για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$,

γ) το σύστημα $\begin{cases} x+\lambda y=\lambda+3 \\ y=\lambda x-3\lambda-1 \end{cases}$ έχει μοναδική λύση και οι ευθείες ϵ, ζ έχουν μοναδικό κοινό σημείο M

δ) να βρείτε το γεωμετρικό τόπο του M όταν το λ μεταβάλλεται.

23. Να δειχθεί ότι η εξίσωση $x \sin^2 \frac{\theta}{2} + y \cos^2 \frac{\theta}{2} + \sin \theta - 1 = 0, \theta \in [0, \pi]$, παριστάνει ευθεία που διέρχεται από σταθερό σημείο το οποίο και να βρεθεί