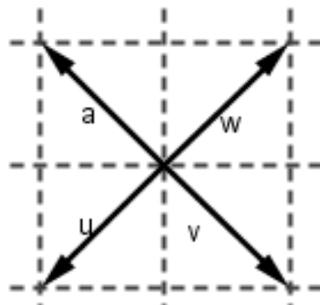


**1.4 Συντεταγμένες στο επίπεδο**

1. Να κάνεις την αντιστοίχιση:



$\vec{w} =$	$(-1, -1)$
$\vec{u} =$	$(-1, 1)$
$\vec{v} =$	$(1, 1)$
$\vec{a} =$	$(1, -1)$

2. Να σχεδιάσεις τα διανύσματα:

$\vec{w} = (-1, 2)$	$\vec{e} = (-2, 2)$	$\vec{u} = (1, 3)$	$\vec{v} = (0, 2)$

3. Έστω  $\vec{\alpha} = (1, -5)$  και  $\vec{\beta} = (3, 4)$ , να βρείτε τα διανύσματα:

α.  $\vec{u} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}$       β.  $\vec{v} = 2\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$       γ.  $\vec{w}$  αν  $2\vec{\alpha} = \vec{w} + \vec{\beta}$ .

4. Να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα:

Συντεταγμένες σημείου A	Συντεταγμένες σημείου B	Μέσο ευθυγράμμου τμήματος AB
A(2,3)	B(-1,2)	M( , )
A(-1,4)	B(3,6)	M( , )
A(1,1)	B(4,-3)	M( , )
A(5,1)	B( , )	M( 3 , -2 )
A(1,-7)	B( , )	M( $\frac{3}{2}$ , -4 )
A( , )	B(3,9)	M( 1 , -5 )
A( , )	B(-1,4)	M( -4 , 1 )

5. Να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα:

Συντεταγμένες σημείου A	Συντεταγμένες σημείου B	Συντεταγμένες διανύσματος $\overrightarrow{AB}$ .
A(2,3)	B(1,2)	$\overrightarrow{AB} = ( \quad , \quad )$
A(-1,4)	B(2,-3)	$\overrightarrow{AB} = ( \quad , \quad )$
A(3,1)	B(-2,1)	$\overrightarrow{AB} = ( \quad , \quad )$
A(2,-10)	B( \quad , \quad )	$\overrightarrow{AB} = ( 3 , -2 )$
A(1,-3)	B( \quad , \quad )	$\overrightarrow{AB} = ( -1 , -4 )$
A( \quad , \quad )	B(3,9)	$\overrightarrow{AB} = ( 2 , 10 )$
A( \quad , \quad )	B(-1,4)	$\overrightarrow{AB} = ( -2 , 1 )$

6. Να βρείτε τα παρακάτω μέτρα :

1. Αν  $\vec{\alpha} = (-4,3)$  , τότε  $|\vec{\alpha}| =$
2. Αν  $\vec{\beta} = (1,1)$  , τότε  $|\vec{\beta}| =$
3. Αν  $\vec{u} = (8,-1)$  , τότε  $|\vec{u}| =$
4. Αν  $\vec{v} = (-8,-6)$  , τότε  $|\vec{v}| =$

7. Να βρείτε το μέτρο των διανυσμάτων :

1.  $\vec{u} = 6\vec{i} - 8\vec{j}$
2.  $\vec{v} = (\sin\theta)\vec{i} - (\eta\mu\theta)\vec{j}$
3.  $\vec{u} = \frac{\sqrt{3}}{4}\vec{i} + \frac{1}{4}\vec{j}$

8. Αν σε ένα διάνυσμα  $\vec{\alpha} = (1, \kappa)$  ισχύει  $|\vec{\alpha}| = \sqrt{5}$  , να υπολογιστεί η τιμή του  $\kappa$ .

9. Δίνεται το διάνυσμα  $\vec{\alpha} = (-4,3)$ .

1. Να υπολογίσετε το μέτρο του  $\vec{\alpha}$ .
2. Αν  $\vec{\beta} = (\mu - 1, 2\lambda + 5)$  να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς  $\lambda$  και  $\mu$  ώστε  $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$ .

10. Αν το διάνυσμα θέσης του σημείου A είναι  $\vec{i} - 3\vec{j}$  και το διάνυσμα θέσης του B είναι  $2\vec{i} + 5\vec{j}$  , να βρείτε:

1. το διάνυσμα  $\overrightarrow{AB}$  .
2. το μέτρο του διανύσματος  $\overrightarrow{AB}$  .
3. το διάνυσμα θέσης του μέσου του AB.

11. Να βρείτε την απόσταση των σημείων A και B,
1.  $A(-6,2)$  ,  $B(6,2)$ .
  2.  $A(5,2)$  ,  $B(-3,-4)$ .
  3.  $A(-3,-2)$  ,  $B(1,1)$ .
  4.  $A(-5,-1)$  ,  $B(7,4)$ .
12. Να αποδείξετε ότι τα σημεία  $A(1,1)$  ,  $B(3,1)$  και  $\Gamma(1,3)$  είναι κορυφές ισοσκελούς τριγώνου.
13. Να αποδείξετε ότι τα σημεία  $A(1,-1)$  ,  $B(-1,1)$  και  $\Gamma(4,2)$  είναι κορυφές ορθογωνίου τριγώνου.
14. Να εξετάσετε αν τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  ,  $\vec{\beta}$  είναι παράλληλα.
1.  $\vec{\alpha} = (4,-5)$  και  $\vec{\beta} = (-2,3)$ .
  2.  $\vec{\alpha} = (1,3)$  και  $\vec{\beta} = (2,6)$ .
  3.  $\vec{\alpha} = (-\sqrt{3},3)$  και  $\vec{\beta} = (1,-\sqrt{3})$ .
15. Να εξετάσετε αν τα σημεία A, B και Γ είναι συγγραμμικά.
1.  $A(1,3)$  ,  $B(5,11)$  και  $\Gamma(-1,-1)$  .
  2.  $A(2,-5)$  ,  $B(1,4)$  και  $\Gamma(-2,-1)$  .
  3.  $A(4,1)$  ,  $B(3,-1)$  και  $\Gamma(1,-5)$  .
16. Αν K,A,B,Γ σημεία του επιπέδου για τα οποία ισχύει  $5\vec{KA} + 3\vec{KB} = 8\vec{K\Gamma}$ .
1. Να αποδείξετε ότι τα σημεία A,B,Γ είναι συνευθειακά και να βρείτε την σχετική τους θέση.
  2. Αν  $|\vec{B\Gamma}| = 10$  , να υπολογίσετε τα  $|\vec{A\Gamma}|$  και  $|\vec{AB}|$ .
17. Έστω ένα διάνυσμα  $\vec{u}$  , με  $\lambda_{\vec{u}} = \frac{1}{2}$  και  $|\vec{u}| = \sqrt{5}$ , να βρείτε τις πιθανές συντεταγμένες του διανύσματος αυτού.
18. Δίνονται τα σημεία  $A(2,3)$  ,  $B(-1,5)$  και  $\Gamma(-2,-4)$  .
1. Να αποδείξετε ότι σχηματίζουν τρίγωνο.
  2. Να βρείτε το συμμετρικό Δ του B ως προς το μέσο M της ΑΓ.
  3. Τι σχήμα είναι το ΑΒΓΔ ; Να αιτιολογήσετε τον ισχυρισμό σας.
19. Να βρεθεί η γωνία του διανύσματος  $\vec{\alpha}$  με τον χ'χ σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις:

$\vec{\alpha} = (4,4)$	$\vec{\alpha} = (-1,\sqrt{3})$	$\vec{\alpha} = (-1,0)$
------------------------	--------------------------------	-------------------------

20. Θεωρούμε τα σημεία  $A(1 + 2\alpha, 4\alpha - 2)$  και  $B(5\alpha + 1, -\alpha)$  με  $\alpha \in \mathbb{R}$ .
1. Να γράψετε το  $\overrightarrow{AB}$  συναρτήσει του  $\alpha$  και να βρείτε το  $\alpha$  ώστε  $|\overrightarrow{AB}| = 10$ .
  2. Έστω  $\alpha = 2$ . Να βρείτε σημείο  $M$  του άξονα  $x'x$  ώστε το τρίγωνο  $MAB$  να είναι ισοσκελές με βάση την  $AB$ .
21. Δίνεται παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  με τρεις κορυφές τα σημεία  $A(1,1)$ ,  $\Gamma(4,3)$  και  $\Delta(2,3)$ .
1. Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του  $AB\Gamma\Delta$ .
  2. Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του σημείου  $K$  των διαγωνίων  $A\Gamma$  και  $B\Delta$ , καθώς και τις συντεταγμένες της κορυφής  $B$ .
22. Θεωρούμε τα σημεία  $A(1 + \alpha, 3)$ ,  $B(\alpha, 4)$  και  $\Gamma(-4, 5\alpha + 4)$  με  $\alpha \in \mathbb{R}$ .
1. Να βρείτε τα διανύσματα  $\overrightarrow{AB}$  και  $\overrightarrow{B\Gamma}$  συναρτήσει του  $\alpha$ .
  2. Να βρείτε για ποια τιμή του  $\alpha$ , τα  $A, B, \Gamma$  είναι συνευθειακά.
  3. Αν  $\alpha = 1$ , να βρείτε τον αριθμό  $\lambda$  ώστε  $\overrightarrow{A\Gamma} = \lambda \overrightarrow{AB}$ .
23. Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = \vec{i} - 2\vec{j}$ ,  $\vec{\beta} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$  και  $\vec{\gamma} = (7, 3)$ .
1. Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{\beta}$  και  $\vec{\gamma}$  είναι μη συγγραμμικά ανά δύο.
  2. Να γραφεί το διάνυσμα  $\vec{\gamma}$  ως γραμμικό συνδυασμό των διανυσμάτων  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{\beta}$ .
24. Δίνονται τα διανύσματα  $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$ ,  $\overrightarrow{OB} = 3\vec{i} + \vec{j}$  και  $\overrightarrow{OG} = 5\vec{i} - 5\vec{j}$ , όπου  $\vec{i}, \vec{j}$  είναι τα μοναδιαία διανύσματα των αξόνων  $x'x$  και  $y'y$  αντίστοιχα.
1. Να βρείτε τις συντεταγμένες των  $\overrightarrow{AB}$  και  $\overrightarrow{B\Gamma}$
  2. Να εξετάσετε αν τα σημεία  $A, B$  και  $\Gamma$  είναι κορυφές τριγώνου.