1.3 Πολλαπλασιασμός αριθμού με διάνυσμα

1. Έστω $\overrightarrow{OA} = \vec{\alpha}$, $\overrightarrow{OB} = 3\vec{\alpha} - \vec{\beta}$ και $\overrightarrow{O\Gamma} = \vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$. Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{A\Gamma}$, $\overrightarrow{B\Gamma}$ και $\overrightarrow{BA}$ ως συνάρτηση των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.
2. Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{x}$, αν $2(\vec{x} + \vec{\alpha}) = 3(\vec{x} + \vec{\beta})$
3. Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{x}$,σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις:
    1. $5(\vec{x} - \vec{\alpha}) = 4(\vec{x} + \vec{\beta})$
    2. $3(\vec{x} - \vec{\alpha}) - 4(\vec{x} + \vec{\beta}) = 5(\vec{\alpha} - \vec{\beta}) + 2\vec{x}$
4. Να λυθεί το σύστημα
$$\begin{cases} 2\vec{x} + 3\vec{y} = 7\vec{\alpha} + \vec{\beta} \\ \vec{x} - 2\vec{y} = -3\vec{\beta} \end{cases}$$
5. Δίνονται τα διανύσματα $\overrightarrow{OA} = \vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma}$, $\overrightarrow{OB} = 5\vec{\alpha} + 3\vec{\beta} + 4\vec{\gamma}$ και $\overrightarrow{O\Gamma} = 13\vec{\alpha} + 7\vec{\beta} + 10\vec{\gamma}$. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α,Β,Γ είναι συνευθειακά.

6. Δίνεται ένα τρίγωνο ΑΒΓ και τα σημεία Δ,Ε,Ζ για τα οποία $\overrightarrow{A\Delta} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AZ} = \frac{3}{7}\overrightarrow{A\Gamma}$, $\overrightarrow{\Gamma E} = 2\overrightarrow{B\Gamma}$.
    1. Να γράψετε καθένα από τα διανύσματα $\overrightarrow{\Delta E}$ και $\overrightarrow{\Delta Z}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$.
    2. Να εξετάσετε αν τα σημεία Δ,Ζ,Ε είναι συνευθειακά.

7. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις:
    1. Αν Μ είναι το μέσο ενός ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ τότε
    $$\overrightarrow{OM} = \frac{\overrightarrow{O\ldots} + \overrightarrow{O\ldots\ldots}}{2}$$
    2. Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ με διάμεσο ΑΜ, ισχύει $\overrightarrow{AM} = \cdots$
    3. Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ με διάμεσο ΒΝ, ισχύει $\overrightarrow{BN} = \cdots$
    4. Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ με διάμεσο ΑΜ, ισχύει $\overrightarrow{MA} = \cdots$
    5. Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ με διαμέσους ΑΜ, ΒΝ και ΓΛ , ισχύει $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{\Gamma\Lambda} = \cdots$